VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Robertas Balevičius

Konstrukcijų analizės principai: ikieksploataciniai, ilgalaikiai, seisminiai efektai

Vadovėlis

Vilnius, 2024

Leidinį rekomendavo Vilniaus Gedimino technikos universiteto
Statybos fakulteto studijų komitetas

Recenzavo: doc. dr. M. Samofalov, UAB „EiCoSolution“
prof. habil. dr. R. Barauskas, KTU Taikomosios informatikos katedra
dr. J. Ražaitis, UAB „Ekspertika“

Bibliografinė informacija pateikiama Lietuvos integralios bibliotekų informacinės sistemos (LIBIS) portale *ibiblioteka.lt*

Vilniaus Gedimino technikos universiteto
mokomosios metodinės literatūros knyga (2024-046-S)

ISBN 978-609-476-370-0
eISBN 978-609-476-371-7
doi: 10.20334/2024-046-S

Šį kūrinį, esantį bibliotekose, mokymo ir mokslo įstaigų bibliotekose, muziejuose arba archyvuose, be leidėjo sutikimo draudžiama mokslinių tyrimų ar asmeninių studijų tikslais atgaminti, viešai skelbti ar padaryti viešai prieinamą kompiuterių tinklais tam skirtuose terminaluose tų įstaigų patalpose. Dėl leidimo kreiptis el. paštu *eleidyba@vilniustech.lt*

© Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2024

TURINYS

Įvadas 5

1 dalis. Bendrieji principai, taikomi konstrukcijų projektavimo normose 11

1. Ilgalaikiškumas 11
2. Ribiniai būviai 15
3. Patikimumas 17
   3.1. Atsitiktinio dydžio normaliojo skirstinio tikimybiniai rodikliai 18
   3.2. Atsitiktinių dydžio funkcijos tikimybiniai rodikliai 22
   3.3. Ribinių būvių tikimybinė prasmė 24
   3.4. Daliniai patikimumo koeficientai 27
   3.5. Elementų atsparumo normuotasis patikimumas 31
4. Poveikiai, apkrovos 37
   4.1. Poveikių verčių vertinimo tikimybinė prasmė 39
   4.2. Nuolatinė apkrova 40
   4.3. Kintamoji apkrova 42
5. Poveikių efektai, deriniai 46

Kontroliniai klausimai 49

2 dalis. Ikieksploataciniai, ilgalaikiai poveikiai, efektai ir analizė 52

6. Bendrosios žinios 52
7. Reologiniai modeliai 56
8. Laplaso transformacija 71
9. Valkšnumas, fenomenologinės valkšnumo teorijos 83
10. Pagrindinės ilgalaikio įtempių ir deformacijų būvio lygtys 94
    10.1. Laikui einant kintamų įtempių ir deformacijų lygtys 94
    10.2. Įtempių relaksacijos uždavinio matematinė formuluotė ir sprendiniai 102
    10.3. Įtempių ir deformacijų būvio lygčių rekursinės ir matricinės išraiškos 110
    10.4. Senėjančios medžiagos efektyviojo modulio metodas 114
    10.5. Senėjančios medžiagos vidutinių ekvivalentinių įtempių metodas 116
    10.6. Medžiagos senėjimo koeficientas 118
11. Elementų ilgalaikių efektų prognozavImas taikant relaksacijos procedūrą 127
12. Elementų ilgalaikių efektų prognozavimastaikant senėjančios medžiagos vidutinių ekvivalentinių įtempių metodą 153
13. Pastato statybos poveikių istorijos įvertinimas prognozuojant ilgalaikius efektus 187
14. Suvaržyto susitraukimo (plėtimosi) deformacijų įvertinimas prognozuojant elementų ilgalaikius efektus 202

14.1. Įtempių ir deformacijų būvis, esant tampriai deformuojamais ryšiais varžomai medžiagos susitraukimo (plėtimosi) deformacijai 203
14.2. Įtempių ir deformacijų būvis, esant standumo ryšiais varžomai medžiagos susitraukimo (plėtimosi) deformacijai 239
14.3. Įtempių ir deformacijų būvis, esant trinties jėgų varžomai medžiagos susitraukimo (plėtimosi) deformacijai 252
15. Sukibimo, suvaržyto susitraukimo (plėtimosi) deformacijų ir apkrovų poveikio įvertinimas prognozuojant elementų ilgalaikius efektus. 265
15.1. Modelio formulavimas, pagrindinės lygtys ir sprendiniai 266
15.2. Elementų įtempių ir deformacijų būvio analizė 287
15.3. Kontakto šlyties modulis. 322
Kontroliniai klausimai. 329

3 dalis. Seisminiai poveikiai, efektai ir analizė 332
16. Bendrosios žinios. 332
17. Vieno laisvės laipsnio konstrukcinės sistemos elgsena esant seisminiam poveikiui 335
17.1. Laisvųjų neslopinamųjų svyravimų analizė ir sprendiniai. 340
17.2. Laisvųjų svyravimų analizė ir sprendiniai esant slopinimui 344
17.3. Priverstinių harmoninių neslopinamųjų svyravimų analizė ir sprendiniai 353
17.4. Priverstinių harmoninių svyravimų analizė ir sprendiniai esant slopinimui 360
17.5. Priverstinių periodinių neslopinamųjų svyravimų analizė ir sprendiniai 368
17.6. Priverstinių periodinių svyravimų analizė ir sprendiniai esant slopinimui 371
18. Skaitinis dinamikos lygčių sprendimas 376
19. Seisminio atsako spektrai 378
20. Furjė transformacija 383
20.1. Furjė eilutė. 388
20.2. Diskrečioji Furjė transformacija 393
20.3. Sparčioji Furjė transformacija 395
20.4. Taikomieji aspektai. 407
21. Vienaukščio pramoninio pastato seisminio atsako modeliavimas 409
22. Apibendrintasis vieno laisvės laipsnio konstrukcinių sistemų skaičiavimo atvejis 437
23. Daugelio laisvės laipsnių konstrukcinių sistemų skaičiavimo atvejis 443
Kontroliniai klausimai. 445

Literatūra 449

ĮVADAS

Beveik visos statyboje naudojamos medžiagos, tokios kaip betonas, mediena, polimerai, plastikai, plienas, veikiamas aukštų temperatūrų, ar gruntai ilgainiui deformuojasi, savaime didėjant poslinkiams, nors jas veikiančios apkrovos dydis išlieka nepakitęs laikui einant. Pasaulyje, taip pat ir Lietuvoje atlikti gausūs įvairių konstrukcinių elementų elgsenos, veikiant ilgalaikiams poveikiams, tyrimai, skirti teoriniam ir eksperimentiniam šio fenomeno, t. y. medžiagos valkšnumo, nagrinėjimui bei jo ilgalaikių efektų konstrukcijoms prognozavimui. Visgi nė vieno vadovėlio lietuvių kalba, skirto šių efektų analizei, kol kas nėra.

Medžiagų valkšnumo, savaiminio ar dėl aplinkos poveikių vykstančių susitraukimo (plėtimosi) ar natūralaus medžiagų senėjimo sukelti fizinių ir mechaninių savybių pokyčiai trunka ilgą laiką ir vystosi lėtai, todėl jų poveikiai konstrukcinėms sistemoms lemia iš esmės statinius efektus. Atvirkštinis, t. y. dinaminis, procesas, kuriam prognozuoti taip pat reikalinga efektų analizė, per laiką pasireiškia tada, kai poveikiai konstrukcinėms sistemoms ima kisti laiko atžvilgiu staigiai, o sistemos atsaką lemia inercijos jėgos. Šių efektų analizė, vertinant seisminius poveikius, taip pat yra beveik nenagrinėta lietuvių autorių vadovėliuose, išskyrus 2014 m. išleistą V. Kargaudo ir R. Vaičaičio vadovėlį „Konstrukcijų virpesiai“. Nors seisminiai reiškiniai Lietuvoje yra palyginti reti, tačiau jų analizės principai, kaip ir ilgalaikių efektų analizė, teorine prasme yra labai gimininingi ir svarbūs konstrukcinių sistemų analizėje.

Tiek ilgalaikių, tiek seisminių efektų analizę sieja ne tik laiko kintamasis *t*, bet iš esmės ir tie patys diferencialinių lygčių taikymo bei analizės principai, kai teoriškai nėra svarbu, ar procesas vyksta lėtai ar greitai. Šiuo atžvilgiu dinaminėje analizėje konstrukcinės sistemos atsakui per laiką prognozuoti taikomas idealizuotas modelis, kai sistema pakeičiama spyruoklinių elementų visuma, kurioje tamprus atsakas priklauso nuo poslinkio ir vidinės jėgos proporcingumo, o netamprus atsakas (vadinamasis sistemos vidinės trinties efektas) išgaunamas į sistemą pridedant dempferinius elementus, kuriuose vidinė jėga kinta proporcingai poslinkio kaitos per laiką greičiui. Savo ruožtu, modeliuojant valkšnumo procesą medžiagoje, jos atsakas per laiką taip pat idealizuojamas, jungiant į konstrukcinę sistemą spyruoklinius elementus, modeliuojančius tamprų medžiagos atsaką, atsižvelgiant į spyruoklėje veikiančio įtempio ir deformacijos proporcingumą, o valkšnų medžiagos atsaką lemia dempferių elementai, kuriuose įtempiai kinta proporcingai deformacijų kaitos per laiką greičiams. Abu modeliai, sprendžiant dinamikos ar statikos lygtis, lemia sistemos atsako sprendinius, kurie yra laiko funkcijos.

Įprastai statybinėje mechanikoje konstrukcinių sistemų atsakui apskaičiuoti taikomos algebrinės lygtys. Šiuo atžvilgiu prognozuojant konstrukcinės sistemos ar jos

elementų ilgalaikį statinį ar labai trumpai trunkantį dinaminį, seisminio poveikio sukeltą efektą, analizei atlikti reikalingi diferencialinių arba integralinių ir diferencialinių lygčių sprendiniai. Šiems sprendiniams rasti reikia taikyti kitokius matematinius analizės principus, tačiau šie principai iš esmės skiriasi nuo įprastos konstrukcinės analizės, kai konstrukcinės sistemos atsakas yra invariantiškas laiko atžvilgiu.

Pavyzdžiui, Laplaso (Pierre Simon de Laplace) transformacija yra gerai žinoma daugelyje fizikos ar mechanikos mokslų sričių ir taikoma ilgalaikių efektų, susijusių su medžiagų valkšnumu, analizėje. Laplaso transformacija lemia ne efekto sprendinį, o sprendinio funkcijos atvaizdą, kurio kintamieji yra kompleksiniai skaičiai, apibrėžiami ne, kaip įprasta konstrukcijų analizėje, realiųjų skaičių srityje, o kompleksinėse plokštumose. Savo ruožtu Furjė (Joseph Fourier) transformacija, būdama daliniu Laplaso transformacijos atveju, yra plačiai taikoma dinaminėje analizėje, nes lemia sprendinio funkcijos atvaizdą, kuris nepriklauso nuo laiko funkcijos, o priklauso nuo dažnių ir amplitudžių spektro, kurie savo ruožtu yra realieji skaičiai. Abiem atvejais matematinės analizės principai yra kitokie, tačiau juos taikyti dažnai būtina projektuojant konstrukcines sistemas, kurių poveikiai ir efektai kinta per laiką.

Paminėtinas ir kitas svarbus aspektas, labai būdingas prognozuojant ilgalaikius ar seisminius efektus. Tai skaitinis integralinių ir diferencialinių lygčių, tokių kaip Volteros (Vito Volterra) lygtis, bei diferencialinių lygčių, tokių kaip Maksvelo–Tomsono (James Clerk Maxwell, Joseph John Thomson) reologinė lygtis ar dinamikos lygtys, sprendimo būdas, nes analitiškai gauti konstrukcinių sistemų atsako per laiką formulių gana dažnai nėra įmanoma. Šiuo atveju matematinių skaitinės analizės principų taikymas taip pat yra nagrinėtinas analizuojant ilgalaikius ir seiminius efektus.

Projektuojant konstrukcines sistemas, kurių atsaką lemia medžiagų valkšnumas, jų senėjimas ar susitraukimo deformacijos, vis daugiau dėmesio kreipiama į elementų elgseną iki jų eksploatavimo pradžios. Kaip įprasta, iš tokių medžiagų pagamintos konstrukcinės sistemos ar jų elementai pasižymi tam tikru vidinio ar įprasto statinio neišsprendžiamumo laipsniu, todėl dar ikieksploataciniu laikotarpiu turi atlaikyti dalį efektų, susijusių su jų statyba ar gamyba, o tai gali lemti tikrosios elementų laikomosios galios prognozavimo paklaidas ar tam tikras išankstines pažaidas (pavyzdžiui, išankstinius plyšius). Akivaizdu, kad, statant daugiaaukštį monolitinį gelžbetoninį statinį, dėl betono valkšnumo ir savaiminio susitraukimo deformacijų, ilgainiui kietėjant betonui bei palaipsniui augant apkrovai betonuojant kiekvieno aukšto konstrukcijas, statinio konstrukciniame modelyje turi būti vertinama ir poveikių bei efektų kaitos istorija, susijusi su statinio statyba. Siekiant kuo tiksliau prognozuoti konstrukcinių sistemų atsaką, laikytis statybų tvarumo ir ekonomiškumo standartų ir nešvaistyti medžiagų išteklių, šis analizės principas vis dažniau taikomas komercinėse baigtinių elementų programose. Tampriai valkšnioms nesenėjančioms medžiagoms ilgalaikių efektų prognozavimo principai klasikinėse baigtinių elementų metodo programose nėra sunkiai įgyvendinami, nes daugeliu atvejų ilgalaikius efek-

tus galima vertinti keičiant medžiagų tamprumo modulį į efektyvųjį, kuris įvertintų valkšnumo deformacijas per laiką. Visgi tampriai valkšnioms senėjančioms per laiką medžiagoms, kurių fiziniai ir mechaniniai rodikliai priklauso nuo laiko momentų apkrovimo metu, tai nėra gana paprastai realizuojamas uždavinio sprendimas, kuriam reikalingi ir papildomi skaitiniai algoritmai, leidžiantys spręsti integralinių ir diferencialinių lygčių sistemas, atsižvelgiant ir į efektyvų kompiuterinių išteklių naudojimą bei analizės našumą laiko prasme.

Daugelis minimų aspektų iš esmės ir lėmė šios knygos atsiradimą.

Vadovėlis skirtas statybos specialybių studentams, konstrukcijų projektuotojams ir inžinieriams. Pateikta medžiaga remiasi esminiais statybinės mechanikos, medžiagų atsparumo, tamprumo teorijos ir matematinių metodų principais, formuluotėmis, sąvokomis ir dėsniais, nuosekliai parodant formulių išvedimą, jų kilmę ir analizuojant tolesnį jų taikymą sprendžiant įvairias konstrukcinių elementų analizės situacijas pavyzdžiuose. Šiuo tikslu vadovėlyje pateikti 48 įvairaus sudėtingumo uždavinių sprendimo pavyzdžiai, kurie aiškinami nuodugniai, kad skaitytojas galėtų juos analizuoti neieškodamas paaiškinimų kitose teksto vietose ar prie teorinių samprotavimų ir pan. Medžiaga iliustruojama daugiau nei 100 paveikslų su aiškinamosiomis schemomis, grafikais ar diagramomis.

Nemažai dėmesio skiriama matematinių metodų ir principų aiškinimui, o siekiant palengvinti sudėtingesnių klausimų įsisavinimą ir plėsti jų taikomąjį aspektą, formuluojami papildomi apibrėžimai.

Knygoje nagrinėjami analizės principai daugiausia siejami su sprendiniais, kuriuos galima gauti analitiniu būdu, todėl nagrinėjamos konstrukcinės situacijos nėra susijusios su konkrečiais konstrukciniais elementais, skerspjūviais, medžiagomis, konstravimo ypatumais ar bet kokio tipo pastatų, statinių statinio ar dinaminio atsako modeliavimo būtinybe. Šiuo atveju dažnai vartojamas abstraktus terminas – konstrukcinė sistema. Turima omeny tai, kad tai gali būti ir kompozitinio skerspjūvio strypinis elementas, turintis tam tikrą vidinio statinio neišsprendžiamumo laipsnį, ar vienmatis, mišriojo jungimo spyruoklių ir dempferių modelis, kuriuo galima modeliuoti tampriai valkšnią medžiagos elgseną ar jį taikyti vieno laisvės laipsnio sistemos dinaminiam atsakui modeliuoti, atsaką apibendrinant būdingam daugiaaukščiam pastatui su standžiomis perdangomis ir pan. Visi šie čia nenagrinėjami aspektai nuodugniai dėstomi metalinių, medinių ar gelžbetoninių konstrukcijų projektavimo kursuose, statybinės mechanikos ir baigtinių elementų metodo studijose. Tačiau knygoje pasitelkiami esminiai teoriniai šiuose dalykuose nagrinėti analizės principai, tokie kaip baigtinių elementų metodo formuluotė, poveikių ir efektų superpozicijos principas, poslinkių metodas, energijos tvermės ar kinetinės energijos pokyčio teoremos, darnos tarp poslinkių ir deformacijų bei vidinių ir išorinių jėgų pusiausvyros lygtys ir kt. Remiantis šiais principais knygoje nagrinėjami ikieksploataciniai, ilgalaikiai ir seisminiai efektai.

Didelis dėmesys skiriamas tampriai valkšnių senėjančių medžiagų ilgalaikio įtempių ir deformacijų būvio analizei, nes ši analizė yra sudėtingesnė nei analizės principai, kurie būdingi tampriai valkšnioms medžiagoms, kai jų savybės nepriklauso nuo medžiagų amžiaus kintant efektams per laiką. Tai lėmė, kad daugelyje konstrukcinių situacijų pavyzdžių yra pasirinktas betonas, kuris pasižymi visomis tampriai valkšniai senėjančiai medžiagai būdingomis savybėmis ir susitraukimo deformacijomis.

Vadovėlį sudaro trys dalys. Kiekvienos dalies pabaigoje pateikiami klausimai, reikalingi medžiagos supratimo savikontrolei. Tekste pateikiamos pagrindinės sąvokos ir terminai anglų kalba, kad skaitytojas galėtų analizuoti dalykinę medžiagą, pateiktą įvairiose knygose, moksliniuose straipsniuose ar norminiuose dokumentuose, įtrauktuose į šio vadovėlio literatūros sąrašą.

Pirmoje dalyje nagrinėjami bendrieji principai ir reikalavimai, taikomi konstrukcijų projektavimo normose. Supažindinama su ilgaamžiškumo ir konstrukcijų patikimumo sąvokomis, skaičiuotinėmis situacijomis, poveikių, efektų ir ribinių būvių apibrėžimais. Poveikiai, efektai, medžiagų stipriai ir kitos fizinės bei mechaninės savybės yra atsitiktiniai dydžiai. Tad šioje dalyje pateikiamos žinios apie jų verčių tikimybinio tankio normaliojo skirstinio pagrindinius statistinius įverčius, jų tikimybinę prasmę, kuria grindžiamos projektavimo normos, realizuojant konstrukcinių elementų atsparumo atsargą su reikiamu normuotojo patikimumo lygmeniu. Analizuojami nuolatiniai ir kintami per laiką poveikiai kaip atsitiktiniai dydžiai ir jų nustatymo aspektai, kuriais remiamasi konstrukcijų projektavimo normose. Pateikiama poveikių charakteristinių, skaičiuotinių ir kitų reprezentavimo verčių tikimybinė prasmė ir klasikiniai tikimybinės analizės principai. Šiais principais vėliau remiamasi skaičiuojant vienaukščio pramoninio pastato kolonos normuotosios atsparumo atsargos atsitiktinių dydžių funkciją, siekiant įvertinti galimą tokių kolonų irties tikimybę dėl seisminio poveikio labai mažo seisminio aktyvumo zonos sąlygomis.

Antroje dalyje pateikiami ikieksploatacinių, ilgalaikių poveikių, efektų analizės principai. Šios dalies skyriai skirti elementų, pagamintų iš tampriai valkšnių nesenėjančių bei ilgainiui senėjančių medžiagų įtempių ir deformacijų būvio analizei. Ikieksploataciniai ir ilgalaikiai poveikiai sukelia įtempių ir deformacijų būvio kaitą per laiką nuo būvio atsiradimo pradžios, gaminant elementą, iki jo naudojimo pabaigos, eksploatuojant konstrukcinę sistemą. Čia aptariami klasikiniai reologiniai modeliai, skirti tampriai valkšnių nesenėjančių medžiagų įtempių ir deformacijų atsako funkcinėms priklausomybėms rasti, atsižvelgiant į medžiagos mikrostruktūros fizinius ir mechaninius rodiklius. Pateikiama Laplaso transformacija, aiškinami matematiniai sąryšiai tarp funkcijos atvaizdo, jos originalo bei analizuojami šių medžiagų įtempių ir deformacijų kaitos per laiką sprendiniai. Toliau šioje dalyje apžvelgiamos fenomenologinės medžiagų valkšnumo teorijos, analizuojami matematiniai jų modeliai, formuluojami teoriniai apibrėžimai. Nagrinėjama įtempių relaksacijos uždavinio matematinė formuluotė ir sprendiniai, kintamų laikui einant įtempių ir

deformacijų priklausomybės, aprašomos Volteros antrojo laipsnio integraline ir diferencialine lygtimi, pateikiami lygties rekursinės ir matricinės išraiškos bei skaitinio sprendimo būdai. Toliau nagrinėjami senėjančios medžiagos efektyviojo modulio bei vidutinių ekvivalentinių įtempių metodai, jų taikymas konstrukcinių elementų ilgalaikiams efektams prognozuoti, nagrinėjant įvairias konstrukcines situacijas bei pastato statybos istorijos įtaką kolonos įtempių ir deformacijų būviui. Ši dalis baigiama nagrinėjant suvaržyto susitraukimo (plėtimosi) deformacijų vertinimą elementų ilgalaikiams efektams, atsižvelgiant į monolitinį bei ribotos sukibties kontaktą tarp varžančių ryšių ir trinties jėgas.

Trečioje knygos dalyje nagrinėjami seisminiai poveikiai, jų sukelti efektai ir pateikiami analizės principai. Analizė pradedama nagrinėjant vieno laisvės laipsnio konstrukcinės sistemos elgseną esant seisminiam poveikiui, tuomet analizuojami laisvųjų, priverstinių harmoninių, priverstinių periodinių svyravimų sukeliami efektai bei jų sprendiniai. Pateikiami skaitinės analizės, seisminių atsako spektrų sudarymo principai. Nagrinėjama Furjė transformacija, aiškinami matematiniai sąryšiai tarp funkcijos atvaizdo sąryšio su dažniais bei amplitudėmis ir laikinės funkcijos, kuri yra originalaus atsako priklausomybė. Pateikiami sprendimo būdai, norint atlikti diskrečiąją bei sparčiąją Furjė transformacijas. Analizėje taikomi kompleksiniai kintamieji, parodomi jų taikymo analizėje privalumai. Trečioji knygos dalis užbaigiama nagrinėjant apibendrintąjį vieno laisvės laipsnio konstrukcinės sistemos skaičiavimo atvejį bei aptariami daugelio laisvės laipsnių konstrukcinių sistemų skaičiavimo atvejo principai. Pateikiami įvairių konstrukcinių situacijų sprendimo pavyzdžiai.

Knyga skaitytojui padės lengviau perprasti loginį ryšį tarp įvairių metodų, kurie iš pirmo žvilgsnio gali pasirodyti gana skirtingi, tačiau iš esmės remiasi tais pačiais statybinės mechanikos, tamprumo teorijos ar medžiagų atsparumo kursuose dėstomais principais, kai poveikių efektų lygtyse atsiranda papildomas kintamasis – laiko momentas *t*.

Autorius nuoširdžiai dėkoja recenzentams už rastus netikslumus, gautas vertingas pastabas bei visiems, kurie prisidėjo prie knygos redagavimo, maketo rengimo ir leidybos.